



CANPOINT®

# 全品 高考复习方案

主编：肖德好

数学 作业手册  
基础版 B版

沈阳出版发行集团  
沈阳出版社

## 第2讲 常用逻辑用语 (时间:35 分钟)

### 夯实基础

- [2025·北京房山区期末] 设向量  $a = (x-1, x)$ ,  $b = (x, -2)$ , 则“ $x=3$ ”是“ $a \perp b$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- “对任意  $x \in [1, 2]$ ,  $x^2 - a \leq 0$ ”为真命题的一个必要不充分条件是 ( )  
A.  $a \geq 4$  B.  $a \geq 2$   
C.  $a \leq 5$  D.  $a \leq 6$
- 已知  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面,  $l, m$  是  $\alpha$  内两条不同的直线, 则“ $l \parallel \beta$ , 且  $m \parallel \beta$ ”是“ $\alpha \parallel \beta$ ”的 ( )  
A. 充要条件  
B. 充分不必要条件  
C. 必要不充分条件  
D. 既不充分也不必要条件
- [2024·江苏扬州模拟] 已知集合  $A = \{0, a^2\}$ ,  $B = \{1, a+1, a-1\}$ , 则“ $a=1$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的 ( )  
A. 必要不充分条件  
B. 充分不必要条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- [2024·新课标 II 卷] 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, |x+1| > 1$ ; 命题  $q: \exists x > 0, x^3 = x$ , 则 ( )  
A.  $p$  和  $q$  都是真命题  
B.  $\neg p$  和  $q$  都是真命题  
C.  $p$  和  $\neg q$  都是真命题  
D.  $\neg p$  和  $\neg q$  都是真命题
- [2025·山西运城期末] 若“存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使得  $x^2 - 2x - m \leq 0$ ”是假命题, 则实数  $m$  的取值范

围是 ( )

- $(-\infty, 0)$  B.  $(-\infty, 2)$   
C.  $[-1, 1]$  D.  $(-\infty, -1)$
- (多选题)[2025·山东威海期末] 若“ $x \geq 1$ ”是“ $x > a$ ”的充分不必要条件, 则实数  $a$  的值可以为 ( )  
A.  $-1$  B.  $0$   
C.  $1$  D.  $2$
  - [2025·北京一六六中期末] 已知  $p: \forall x \in \mathbf{R}, \frac{1}{e^x} - a > 0$ , 则  $p$  的否定为 \_\_\_\_\_; 若  $p$  为真命题, 则  $a$  的最大值为 \_\_\_\_\_.
  - 已知函数  $f(x) = 2ax^2 - ax - 1, a \in \mathbf{R}$ . 若“ $\forall x \in \mathbf{R}$ , 不等式  $f(x) < 0$  恒成立”是假命题, 则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

### 综合提升

- 已知  $p: \exists x \in [0, 3], a = -x^2 + 2x; q: \forall x \in [-1, 2], x^2 + ax - 8 \leq 0$ . 若  $p$  为假命题,  $q$  为真命题, 则实数  $a$  的取值范围为 ( )  
A.  $[-3, 1]$   
B.  $(-\infty, 2]$   
C.  $[-7, -3) \cup (1, 2]$   
D.  $(-\infty, -3) \cup (1, 2]$
- (多选题) 已知“ $\forall x \in [1, +\infty), \ln x - \frac{1}{2x} - a \geq 0$ ”为真命题, 则实数  $a$  的值可以是 ( )  
A.  $2$  B.  $0$   
C.  $-1$  D.  $-2$
- 已知  $p: -x^2 + 8x + 20 \geq 0, q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$ , 若  $q$  是  $p$  的必要不充分条件, 则实数  $m$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

## 第4讲 基本不等式 (时间:45分钟)

## 夯实基础

1. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a > 0$  且  $b > 0$ ”是“ $a + b \geq \sqrt{ab}$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件

2. 已知  $a > 0, b > 0$ , 且  $ab = 4$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{a+b}$  的最小值为 ( )

A. 1      B. 2      C. 4      D. 8

3. [2025·湖南邵阳期末] 函数  $y = \sqrt{x(10-x)}$  ( $0 \leq x \leq 10$ ) 的最大值为 ( )

A. 4      B. 5      C. 6      D. 8

4. 已知  $0 < a < b$ , 且  $ab = 1$ , 则  $a + 2b$  的取值范围是 ( )

A.  $(3, +\infty)$       B.  $(2\sqrt{2}, +\infty)$   
C.  $[3, +\infty)$       D.  $[2\sqrt{2}, +\infty)$

5. 设  $0 < m < \frac{1}{2}$ , 若  $\frac{1}{m} + \frac{2}{1-2m} \geq k$  恒成立, 则  $k$  的最大值为 ( )

- A. 2      B. 4      C. 6      D. 8

6. 已知实数  $a > 1$ , 则  $\frac{a^2 - 8a + 8}{1-a}$  ( )

- A. 无最大值      B. 有最大值 4  
C. 有最小值 6      D. 有最小值 4

7. 已知  $a, b$  是不相等的正实数,  $x = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{2}}, y = \sqrt{a+b}$ , 则 ( )

A.  $x > y$       B.  $y > x$   
C.  $x > \sqrt{2}y$       D.  $y > \sqrt{2}x$

8. (多选题)[2025·湖南长沙雅礼集团联考] 下列说法错误的是 ( )

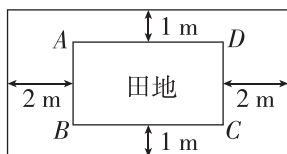
- A. 若  $x, y > 0, x + y = 4$ , 则  $2^x + 2^y$  的最大值为 8  
B. 若  $x < \frac{1}{2}$ , 则函数  $y = 2x + \frac{4}{2x-1}$  的最大值为 -3  
C. 函数  $y = \frac{x^2 + 13}{\sqrt{x^2 + 4}}$  的最小值为  $\frac{13}{2}$   
D. 若  $x > 0, y > 0, x + y + xy = 3$ , 则  $x + y$  的最小值为 2

|    |
|----|
| 班级 |
|    |
| 姓名 |
|    |

|     |
|-----|
| 答题卡 |
| 1   |
| 2   |
| 3   |
| 4   |
| 5   |
| 6   |
| 7   |
| 8   |
| 9   |
| 10  |
| 11  |
| 12  |
| 13  |
| 14  |

9. 对于任意实数  $a, b, (a-b)^2 \geq kab$  恒成立, 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 某校为了让学生感受生命的奥秘, 培养学生热爱自然、探索大自然的意识, 开展了“种植当岁初, 滋荣及春暮”活动. 学校打算在宿舍后面的空地上开设一块面积为  $50 \text{ m}^2$  的矩形田地  $ABCD$  让学生种植自己喜欢的植物, 四周留有宽度分别为  $1 \text{ m}$  和  $2 \text{ m}$  的过道, 如图所示, 则该矩形田地的边  $AB$  的长为\_\_\_\_\_  $\text{m}$  时, 过道占地面积最小, 最小面积为\_\_\_\_\_  $\text{m}^2$ .



### 综合提升

11. [2024 · 陕西汉中期末] 下列函数中, 最小值为 2 的是 ( )

A.  $y = x + \frac{2}{x}$

B.  $y = e^x + e^{-x}$

C.  $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$

D.  $y = \sin x + \frac{1}{\sin x} \left( 0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$

12. (多选题)[2024 · 福建福州模拟] 已知  $a > 0, b > 0$ , 则 ( )

A.  $\left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot \sqrt{ab} \leq 2$

B. 若  $a + b = ab - 3$ , 则  $ab \geq 9$

C. 若  $a + b = 1$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$

D. 若  $a + 3b = \frac{1}{b} - \frac{1}{3a}$ , 则  $b$  的最大值为  $\frac{1}{3}$

13. [2024 · 江苏徐州期末] 已知  $a > b \geq 0$  且  $\frac{6}{a+b} +$

$\frac{2}{a-b} = 1$ , 则  $2a + b$  的最小值为\_\_\_\_\_.

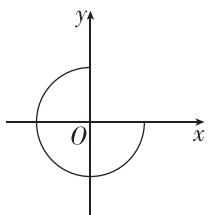
14. 已知正数  $x, y$  满足  $x^2 + 2xy - 1 = 0$ , 则  $3x^2 + 4y^2$  的最小值为\_\_\_\_\_.

## 第6讲 函数的概念及其表示 (时间:45 分钟)

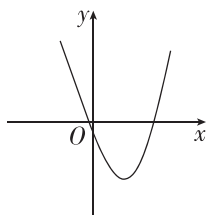
## 夯实基础

1. 下列选项中可表示函数
- $y=f(x)$
- 的图象的是

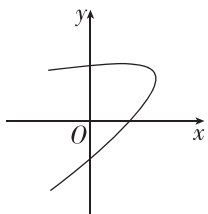
( )



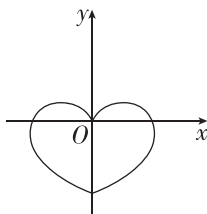
A



B



C



D

2. 在下列函数中,与函数
- $y=|x|$
- 是同一个函数的是

( )

A.  $y=(\sqrt{x})^2$

B.  $y=\sqrt[3]{x^3}$

C.  $y=\frac{x^2}{|x|}$

D.  $y=\sqrt{x^2}$

3. [2025·浙江嘉兴模拟] 已知函数
- $f(x)$
- 是一次函数,且
- $f[f(x)-2x]=3$
- ,则
- $f(5)=$
- ( )

A. 11

B. 9

C. 7

D. 5

4. [2024·四川德阳三模] 已知
- $f\left(\frac{1}{2}x-1\right)=2x-5$
- ,且
- $f(a)=3$
- ,则
- $a=$
- ( )

A. 3

B.  $\frac{7}{4}$

C. 1

D.  $\frac{4}{3}$

5. 函数
- $y=1-x+\sqrt{1-2x}$
- 的值域为 ( )

A.  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$

B.  $[0, +\infty)$

C.  $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

D.  $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

6. [2024·吉林延边二中期末] 已知定义在
- $(0, +\infty)$
- 上的函数
- $f(x)$
- 满足
- $f(x)-4f\left(\frac{1}{x}\right)=-\frac{15}{x}$
- ,则
- $f(2)$
- 的值为 ( )

A.  $\frac{15}{2}$

B.  $\frac{15}{4}$

C.  $\frac{17}{4}$

D.  $\frac{17}{2}$

7. (多选题) [2024·江西上饶模拟] 已知函数

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2ax+3, & x\leq 1, \\ \frac{a}{x}, & x>1 \end{cases} \quad \text{在 } \mathbf{R} \text{ 上单调递减,}$$

则  $a$  的值不可能为 ( )

A.  $\frac{1}{2}$

B. 1

C.  $\frac{4}{3}$

D. 2

8. 已知函数
- $f(x)$
- 对任意
- $x, y \in \mathbf{R}$
- , 都有
- $f(x+y)-f(y)=x(x+2y-2)$
- , 且
- $f(1)=0$
- , 则
- $f(x)$
- 的解析式为\_\_\_\_\_.

9. [2024·湖北荆州中学模拟] 已知函数
- $f(x)$
- 和
- $g(x)$
- 分别由下表给出, 则
- $g[f(2)]=$
- \_\_\_\_\_; 若
- $f[g(a)]>6$
- , 则实数
- $a$
- 的取值集合为\_\_\_\_\_.

|        |   |   |   |    |    |
|--------|---|---|---|----|----|
| $x$    | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  |
| $f(x)$ | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 |

|        |   |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|---|
| $x$    | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $g(x)$ | 1 | 3 | 2 | 4 | 5 |

|    |
|----|
| 班级 |
| 姓名 |

|     |
|-----|
| 答题卡 |
| 1   |
| 2   |
| 3   |
| 4   |
| 5   |

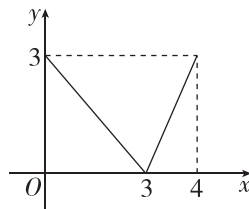
|    |
|----|
| 6  |
| 7  |
| 8  |
| 9  |
| 11 |
| 12 |
| 13 |

10. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 1, \\ x^2, & 1 < x < 2, \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases}$
- (1) 求  $f[f(0)]$ ;
- (2) 若  $f(a) \leq 5$ , 求实数  $a$  的取值范围.

### 综合提升

11. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 2, \\ x+1, & x \geq 2 \end{cases}$  的值域为  $\mathbf{R}$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$       B.  $(\frac{1}{3}, +\infty)$
- C.  $(-\infty, \frac{1}{3}]$       D.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$
12. 已知  $f(x)$  为定义在  $\mathbf{R}$  上的单调函数, 且对  $\forall x \in \mathbf{R}, f[f(x) - e^x] = 2 + \ln 2$ , 则  $f(\ln 3) =$  ( )
- A.  $3\ln 2$       B.  $3 + \ln 2$
- C.  $3 - \ln 2$       D.  $\ln 3$

13. (多选题) 已知函数  $f(x)$  的图象由如图所示的两段线段组成, 则 ( )



- A.  $f[f(3)] = 1$
- B. 不等式  $f(x) \leq 1$  的解集为  $[2, \frac{10}{3}]$
- C. 函数  $f(x)$  在区间  $[2, 3]$  上的最大值为 2
- D. 函数  $f(x)$  的解析式可表示为  $f(x) = x - 3 + 2|x - 3| (x \in [0, 4])$
14. [2025 · 河北衡水二中期末] 已知函数  $f(x)$  对任意  $x$  都满足  $3f(x) - f(2-x) = 4x$ , 二次函数  $g(x)$  满足  $g(x+2) - g(x) = 4x$  且  $g(1) = -4$ .
- (1) 求  $f(x), g(x)$  的解析式;
- (2) 若  $a > 0$ , 解关于  $x$  的不等式  $(a+1)x^2 - (a+4)x - 3 > g(x) - f(x)$ .

## 第8讲 函数的奇偶性、周期性、对称性 (时间:45分钟)

## 夯实基础

1. [2024·浙江临平萧山学校期末] 若函数

$$f(x) = \begin{cases} 2^x - 3, & x > 0, \\ g(x), & x < 0 \end{cases} \quad \text{是奇函数, 则 } g(-2) =$$

( )

A. 1      B. -1      C.  $-\frac{11}{4}$       D.  $\frac{11}{4}$

2. 已知
- $f(x)$
- 为定义在
- $\mathbf{R}$
- 上的奇函数, 当
- $x > 0$
- 时,

$$f(x) = \frac{1}{x+1} - a. \text{ 若 } f(x) \text{ 在 } \mathbf{R} \text{ 上单调递减, 则}$$

实数  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $[1, +\infty)$       B.  $(1, +\infty)$

C.  $(-\infty, 1)$       D.  $(-\infty, 1]$

3. [2024·河南郑州调研] 已知函数
- $f(x)$
- 满足对任意
- $x \in \mathbf{R}$
- , 都有
- $f(x) = f(x+3)$
- ,
- $f(x) +$

$$f(4-x) = 4, \text{ 则 } f(2024) =$$
 ( )

A. 1      B. 2024      C. 2      D. 2025

4. 已知奇函数
- $f(x)$
- 在
- $\mathbf{R}$
- 上单调递增, 且
- $f(2) = 1$
- ,

则不等式  $f(x) + 1 < 0$  的解集为 ( )

A.  $(-1, 1)$       B.  $(-2, 2)$

C.  $(-2, +\infty)$       D.  $(-\infty, -2)$

5. [2024·湖南师大附中期末] 已知定义在
- $\mathbf{R}$
- 上

的函数  $f(x)$  是偶函数, 且  $f(x) = f(2-x)$ , 若 $f(x)$  在区间  $[1, 2]$  上单调递减, 则  $f(x)$  ( )A. 在区间  $[0, 1]$  上单调递增, 在区间  $[3, 4]$  上单

调递增

B. 在区间  $[0, 1]$  上单调递增, 在区间  $[3, 4]$  上单调递减C. 在区间  $[0, 1]$  上单调递减, 在区间  $[3, 4]$  上单调递增D. 在区间  $[0, 1]$  上单调递减, 在区间  $[3, 4]$  上单调递减

6. 函数
- $y = 2^{x-1}$
- 与
- $y = 2^{1-x}$
- 的图象 ( )

A. 关于  $y$  轴对称B. 关于直线  $x = 1$  对称C. 关于直线  $x = -1$  对称D. 关于直线  $x = 2$  对称

7. (多选题) [2024·河北衡水调研] 已知定义在
- $\mathbf{R}$
- 上的偶函数
- $f(x)$
- 和奇函数
- $g(x)$
- 满足
- $f(2+x) + g(-x) = 1$
- , 则 ( )

A.  $f(x)$  的图象关于点  $(2, 1)$  对称

B.  $\sum_{k=1}^{2024} f(4k-2) = 2025$

C.  $g(x+8) = g(x)$

D.  $f(x)$  是以 8 为周期的周期函数

8. 已知函数
- $f(x)$
- 是定义域为
- $\mathbf{R}$
- 的奇函数, 当
- $x \geq 0$

时,  $f(x) = x(x+2)$ . 若  $f(3+m) + f(3m-7) > 0$ , 则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

9. [2025·四川德阳模拟] 已知函数
- $f(x)$
- 为偶函

数, 且  $f(1-x) + f(3+x) = 0$ ,  $f(1) = -\frac{1}{2}$ , 则

$$f(43) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

|     |  |
|-----|--|
| 班级  |  |
|     |  |
| 姓名  |  |
|     |  |
| 答题卡 |  |
| 1   |  |
| 2   |  |
| 3   |  |
| 4   |  |
| 5   |  |
| 6   |  |
| 7   |  |
| 8   |  |
| 9   |  |
| 11  |  |
| 12  |  |
| 13  |  |

10. 已知函数  $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+4}$  是定义在  $(-2, 2)$  上的函数, 且  $f(-x) = -f(x)$ ,  $f(1) = \frac{2}{5}$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的解析式;  
 (2) 判断  $f(x)$  在定义域  $(-2, 2)$  上的单调性, 并解不等式  $f(x-x^2) + f(x) < 0$ .

12. (多选题) 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且满足  $[f(x)]^2 - [f(y)]^2 = f(x+y)f(x-y)$ ,  $f(1)=1, f(3)=-1$ , 则下列结论正确的是 ( )

A.  $f(2)=0$                       B.  $f(4)=2$   
 C.  $f(x)$  是奇函数              D.  $f(x+4)=f(x)$

13. 已知函数  $f(x) = \ln\left|\frac{1}{x} - \frac{e}{2}\right|$ , 则曲线  $y = f(x)$  的对称中心为\_\_\_\_\_.

14. [2024 · 湖北重点高中智学联盟联考] 已知  $f(x) = a - \frac{2}{2^x+1}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ) 是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数.

- (1) 求实数  $a$  的值;  
 (2) 判断并证明函数  $y = f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上的单调性;  
 (3) 若不等式  $f(x^2) + f(1-mx) \geq 0$  对任意  $x \in [1, 2]$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

### 综合提升

11. [2025 · 陕西安康模拟] 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x)$  满足  $f(x-1)$  为偶函数, 且  $f(x) + f(2-x) = 0$ ,  $f(-2) = 1$ , 则  $f(2024) + f(2025) =$  ( )

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

## 第9讲 二次函数与幂函数 (时间:45分钟)

## 夯实基础

1. [2024·广东揭阳二模] 已知函数  $f(x) = -x^2 + ax + 1$  在  $(2, 6)$  上不单调, 则  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $(2, 6)$   
 B.  $(-\infty, 2] \cup [6, +\infty)$   
 C.  $(4, 12)$   
 D.  $(-\infty, 4] \cup [12, +\infty)$

2. 若幂函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{2m-3}$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 则实数  $m$  的值为 ( )

A. 2                      B. 1  
 C. -1                     D. -2

3. 函数  $y = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$  的单调递减区间是 ( )

A.  $[\frac{5}{2}, +\infty)$         B.  $(-\infty, 1]$   
 C.  $[4, +\infty)$            D.  $(-\infty, \frac{5}{2}]$

4. [2024·四川绵阳质检] 若  $0 < x < 1$ , 则  $x^2, x, \sqrt{x}, \frac{1}{x}$  这四个数中 ( )

A.  $x$  最大,  $x^2$  最小  
 B.  $x^2$  最大,  $\sqrt{x}$  最小  
 C.  $x$  最大,  $\frac{1}{x}$  最小  
 D.  $\frac{1}{x}$  最大,  $x^2$  最小

5. 二次函数  $y = x^2 + (2a-1)x - 3$  在  $[-1, 3]$  上的最大值为 1, 则实数  $a$  的值为 ( )

A.  $-\frac{1}{2}$                       B.  $-\frac{1}{3}$   
 C.  $-\frac{1}{2}$  或  $-\frac{1}{3}$           D. -1 或  $-\frac{1}{3}$

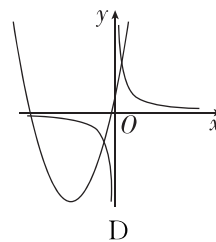
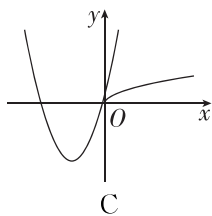
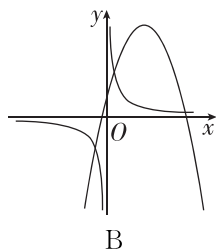
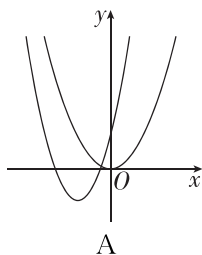
6. [2024·北京朝阳区一模] 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 则“ $0 < a < 1$ ”是“函数  $f(x) = (1-a)x^3$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增”的 ( )

A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

7. 幂函数  $y = x^{m^2-2m-3}$  ( $m \in \mathbf{Z}$ ) 的图象关于  $y$  轴对称, 且在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 则  $m$  的值是 ( )

A. 1                          B. 2  
 C. 3                          D. 4

8. (多选题) [2025·重庆八中期末] 函数  $f(x) = ax^2 + 4x + 1$  ( $a \neq 0$ ) 与  $g(x) = x^a$  在同一直角坐标系中的图象可能为 ( )



9. 已知  $p$ : 存在  $m \in [-1, 1]$ , 使得函数  $f(x) = x^2 - 2mx$  在区间  $[a, +\infty)$  上单调, 若  $p$  的否定为真命题, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 已知  $a, b, c$  为实数, 函数  $f(x) = (3a-2)x^2 + (2b-18)x + 3c-2 (x \in \mathbf{R})$ .

(1) 若函数  $f(x)$  为幂函数, 求  $a, b, c$  的值;

(2) 若  $a \geq \frac{2}{3}, b > 0$ , 且函数  $f(x)$  在区间  $[1, 3]$

上单调递减, 求  $ab$  的最大值.

12. (多选题) 已知幂函数  $f(x) = (-3a+1)x^{m^2-3m+2}$ ,

其中  $a, m \in \mathbf{R}$ , 则下列说法正确的是 ( )

A.  $a = -1$

B. 当  $\frac{1}{2} < m < 1$  时,  $f(2) > f(1)$

C. 当  $m = 4$  时,  $f(x)$  的图象关于  $y$  轴对称

D.  $f(x)$  的图象恒过定点  $(-1, -1)$

13. [2024 · 四川遂宁模拟] 函数  $f(x) = x(|x|-2)$  在  $[m, n]$  上的最小值为  $-1$ , 最大值为  $1$ , 则  $n-m$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

14. 已知幂函数  $f(x) = x^{3-m^2} (m \in \mathbf{Z})$  为偶函数, 且在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增, 函数  $g(x)$  满足  $g(x-2) = f(x)$ .

(1) 求函数  $f(x)$  和  $g(x)$  的解析式;

(2) 若对任意  $x \in [-3, 0)$ ,  $g(x) - f(x) \geq ax^2$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

### 综合提升

11. [2025 · 八省联考] 已知函数  $f(x) = x|x-a| - 2a^2$ , 若当  $x > 2$  时,  $f(x) > 0$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $(-\infty, 1]$

B.  $[-2, 1]$

C.  $[-1, 2]$

D.  $[-1, +\infty)$

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

11

12

13

## 第11讲 对数与对数函数 (时间:45分钟)

## 夯实基础

1. 若  $\log_2 m + \log_4 n = 2$ , 则  $m^2 n =$  ( )

- A. 3                      B. 4  
C. 9                      D. 16

2. 已知  $a = \log_4 3, b = \log_5 3, c = \log_4 5$ , 则 ( )

- A.  $b < a < c$   
B.  $a < b < c$   
C.  $a < c < b$   
D.  $c < a < b$

3. [2024·山东枣庄模拟] 已知集合  $A = \{y \mid y =$

$$\log_2 x, x > 1\}, B = \left\{y \mid y = \frac{1}{2^x}, x > 1\right\}, \text{则 } A \cap B =$$

( )

- A.  $\left\{y \mid 0 < y < \frac{1}{2}\right\}$   
B.  $\{y \mid 0 < y < 1\}$   
C.  $\left\{y \mid \frac{1}{2} < y < 1\right\}$   
D.  $\emptyset$

4. [2024·广东深圳模拟] 已知  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 则

函数  $y = \log_a \left(x + \frac{1}{a}\right)$  的图象一定经过 ( )

- A. 第一、二象限  
B. 第一、三象限  
C. 第二、四象限  
D. 第三、四象限

5. 已知  $f(x) = \begin{cases} -2x^2, & x > 0, \\ \ln(1-x), & x \leq 0, \end{cases}$  则不等式  $f(x +$

$3) < f(x^2 + 3x)$  的解集是 ( )

- A.  $(-3, 1)$   
B.  $(0, 1)$   
C.  $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$   
D.  $(1, +\infty)$

6. [2025·江苏南通模拟] 已知函数  $f(x) =$

$\ln(ax + 2)$  在区间  $(1, 2)$  上单调递减, 则实数  $a$  的

取值范围是 ( )

- A.  $a < 0$                       B.  $-1 \leq a < 0$   
C.  $-1 < a < 0$                       D.  $a \geq -1$

7. (多选题) [2025·浙江温州模拟] 下列说法中正

确的是 ( )

- A.  $\log_3 1.1 < \log_3 1.2$   
B.  $(-1.1)^3 < (-1.2)^3$   
C.  $0.99^{1.1} < 0.99^{1.2}$   
D.  $0.99^3 < 3^{0.99}$

8. [2025·八省联考] 已知函数  $f(x) = a^x (a > 0,$

且  $a \neq 1)$ , 若  $f(\ln 2) f(\ln 4) = 8$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

9. 已知  $a > 1$ , 函数  $f(x) = \log_a(x - 1), g(x) =$

$\log_a(2x + 1)$ , 则不等式  $2f(x) \leq g(x)$  的解集

为\_\_\_\_\_.

10. [2024 · 山东临沂期末] 已知函数  $f(x) = \log_2(m - x) + \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$ , 且  $f(7) = -1$ .

(1) 求  $f(x)$  的定义域;

(2) 求不等式  $f(2x - 1) > -1$  的解集.

12. (多选题) 已知函数  $f(x) = \lg(x^2 + ax - a)$ , 则下列说法中正确的是 ( )

A. 若  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 则  $a$  的取值范围是  $(-4, 0)$

B. 若  $f(x)$  的值域为  $\mathbf{R}$ , 则  $a$  的取值范围是  $(-\infty, -4] \cup [0, +\infty)$

C. 若  $a = 2$ , 则  $f(x)$  的单调递减区间为  $(-\infty, -1)$

D. 若  $f(x)$  在  $(-2, -1)$  上单调递减, 则  $a$  的取值范围是  $(-\infty, \frac{1}{2}]$

13. 已知正实数  $a, b$  满足  $\log_a b + \log_b a = \frac{5}{2}$ ,  $a^a = b^b$ , 则  $a + b =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(4 - x) - \log_{\frac{1}{2}}(4 + x)$ .

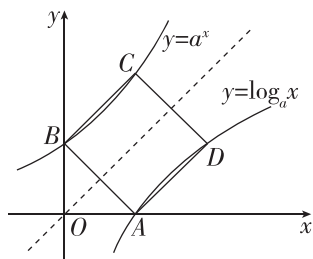
(1) 求函数  $f(x)$  的定义域;

(2) 判断并证明函数  $f(x)$  的奇偶性;

(3) 求不等式  $f(x) < 0$  的解集.

### 综合提升

11. [2025 · 广东揭阳两校联考] 如图, 已知  $A(1, 0), B(0, 1)$ , 点  $C$  在函数  $y = a^x (a > 1)$  的图象上, 点  $D$  在函数  $y = \log_a x$  的图象上, 若四边形  $ABCD$  为正方形, 则  $a =$  ( )



A.  $\frac{3}{2}$

B. 2

C. 3

D. 4

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

11

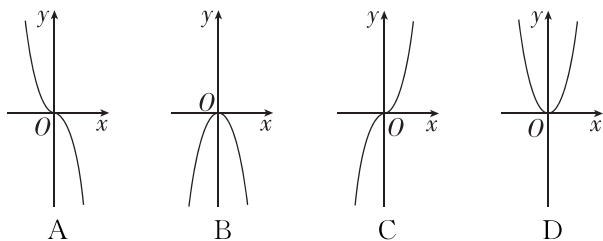
12

13

# 第12讲 函数的图象 (时间:45分钟)

## 夯实基础

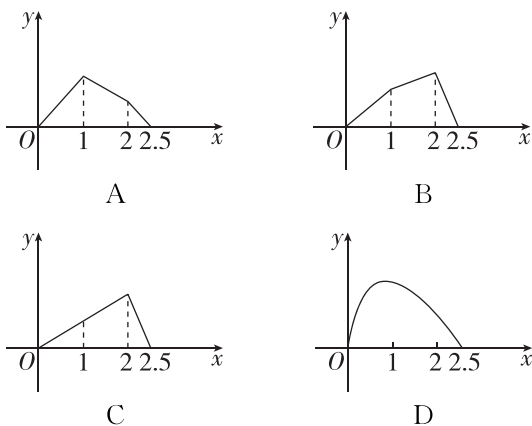
1. [2024·山东潍坊模拟] 函数  $f(x) = x(e^{-x} - e^x)$  的大致图象为 ( )



2. 已知函数  $f(x) = \frac{x^2}{2^x - 2}$ , 则其图象一定不过 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限  
C. 第三象限      D. 第四象限

3. [2024·广东佛山模拟] 如图, 点  $P$  在边长为1的正方形的边上运动,  $M$  是  $CD$  的中点, 当点  $P$  沿  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow M$  运动时, 点  $P$  经过的路程  $x$  与  $\triangle APM$  的面积  $y$  的函数  $y = f(x)$  的图象大致是 ( )

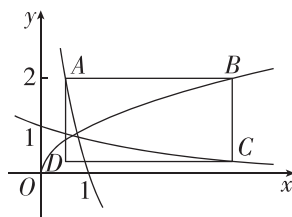


4. 已知函数  $y = |3^x - 1|$  的定义域为  $[a, b]$ , 值域为  $[0, \frac{1}{3}]$ , 则  $b - a$  的最大值为 ( )

- A.  $\log_3 \frac{4}{3}$       B.  $\log_3 2$   
C.  $\log_3 \frac{2}{3}$       D. 2

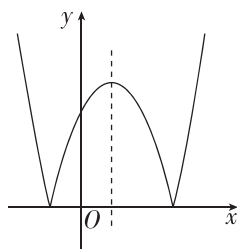
5. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的周期为4的奇函数, 且  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1, \\ -x+2, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$  则不等式  $xf(x-1) < 0$  在  $(-2, 2)$  上的解集为 ( )
- A.  $(-2, -1)$       B.  $(-2, -1) \cup (0, 1)$   
C.  $(-1, 0) \cup (0, 1)$       D.  $(-1, 0) \cup (1, 2)$

6. [2025·江苏南通模拟] 如图, 矩形  $ABCD$  的顶点  $A, B, C$  分别在函数  $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$ ,  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ,  $y = (\frac{\sqrt{2}}{2})^x$  的图象上, 且矩形的边平行于坐标轴. 若点  $A$  的纵坐标为2, 则点  $D$  的坐标为 ( )



- A.  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$       B.  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$   
C.  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$       D.  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

7. (多选题) 我们定义一种新函数: 形如  $y = |ax^2 + bx + c|$  ( $a \neq 0, b^2 - 4ac > 0$ ) 的函数叫作“鹊桥”函数. 小丽同学画出了“鹊桥”函数  $y = |x^2 - 2x - 3|$  的图象, 如图所示, 则下列结论正确的是 ( )



- A. 图象具有对称性, 对称轴是直线  $x = 1$   
B. 当  $x \geq 3$  时, 函数值  $y$  随  $x$  值的增大而增大  
C. 当  $x = -1$  或  $x = 3$  时, 函数取得最小值0  
D. 当  $x = 1$  时, 函数取得最大值4

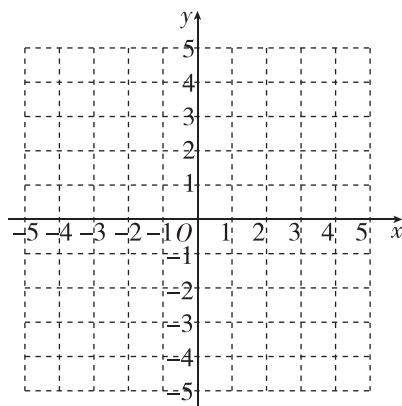
8. 将函数  $y = e^x$  ( $e \approx 2.718\ 2\cdots$ ) 的图象先向右平移1个单位长度, 得到函数  $y = \underline{\hspace{2cm}}$  的图象, 再把所得图象关于  $y$  轴对称, 得到函数  $y = \underline{\hspace{2cm}}$  的图象.

9. [2025·天津滨海新区模拟] 给出函数  $f(x) = x + 2$ ,  $g(x) = 4 - x^2$ , 对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 用  $M(x)$  表示  $f(x), g(x)$  中的较小者, 记为  $M(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ , 则  $M(x)$  的最大值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

|     |  |
|-----|--|
| 班级  |  |
| 姓名  |  |
| 答题卡 |  |
| 1   |  |
| 2   |  |
| 3   |  |
| 4   |  |
| 5   |  |
| 6   |  |
| 7   |  |
| 8   |  |
| 9   |  |
| 11  |  |
| 12  |  |
| 13  |  |

10. [2025·江苏宿迁期末] 已知函数  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且当  $x > 0$  时,  $f(x) = x^2 - 3x$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的解析式;  
(2) 在如图所示的坐标系中画出函数  $f(x)$  的图象, 并求不等式  $(x-1)f(x) > 0$  的解集.



### 综合提升

11. 函数  $f(x) = \sin x$  的图象与  $g(x) =$

$$\begin{cases} \lg(x+1), & x \geq 0, \\ -\lg(-x+1), & x < 0 \end{cases}$$

的图象的交点个数为

( )

- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8

12. (多选题) 若  $x_3 \cdot e^{x_1} = x_3 \cdot \ln x_2 = 1$ , 则下列不等关系可能成立的是

( )

- A.  $x_3 > x_2 > x_1$       B.  $x_3 > x_1 > x_2$   
C.  $x_2 > x_1 = x_3$       D.  $x_2 > x_1 > x_3$

13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x < 2, \\ \frac{3}{x-1}, & x \geq 2, \end{cases}$  若函数

$f(x)$  的图象与直线  $y = k$  有且仅有三个不同的交点, 则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $f(x)$  为定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且当

$$x \geq 0 \text{ 时, } f(x) = \begin{cases} 2^x, & 0 \leq x \leq 2, \\ |x-6|, & x > 2. \end{cases}$$

(1) ①在如图所示的坐标系中作出函数  $f(x)$  在  $[-10, 10]$  上的图象.

②若关于  $x$  的方程  $f(x) = a$  恰有 6 个不相等的实根, 求实数  $a$  的取值范围.

(2) 对于两个定义域相同的函数  $s(x)$  和  $t(x)$ , 若  $g(x) = s(x) - t(x)$ , 则称函数  $g(x)$  是由“基函数  $s(x)$  和  $t(x)$ ”生成的. 已知  $g(x)$  是由

“基函数  $s(x) = \log_2(x^2 + 1)$  和  $t(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ”

生成的, 若对任意  $x_1 \in \mathbf{R}$ , 存在  $x_2 \in [1, +\infty)$ , 使得  $f(x_1) + 3a \geq g(x_2)$  成立, 求实数  $a$  的最小值.

